

1º.- Dada la expresión del potencial gravitatorio terrestre en un punto $P(x,y,z)$:

$$W = V + \Phi = G \int \frac{dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

siendo l la distancia desde el elemento de masa $dm(\varepsilon, \eta, \zeta)$ al punto $P(x,y,z)$:

$$l = \sqrt{(x-\varepsilon)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

- a) Deducir las expresiones de las componentes cartesianas de la gravedad terrestre, y comprobar que:

$$\vec{g} = -G \int \frac{dm}{l^3} \vec{l} + \omega^2 (x \vec{i} + y \vec{j})$$

- b) Comprobar que $\text{rot } \vec{g} = 0$. ¿Qué consecuencia se deduce de este hecho?
- c) Comprobar que $\Delta W = \nabla^2 W = 2\omega^2$, en el exterior de las masas que generan el potencial.
- d) ¿Cuáles son las unidades del potencial gravitatorio W y de la gravedad \vec{g} en el sistema internacional? Expresar las unidades siguientes: $1 \text{ kgal} \times \text{m}$ y $1 \mu\text{gal}$ en unidades del sistema SI.

2º.-

- a) Deducir las expresiones de los *polinomios de Legendre* $P_2(\cos \theta)$ y $P_3(\cos \theta)$, utilizando la fórmula de recurrencia:

$$P_n(t) = -\frac{n-1}{n} P_{n-2}(t) + \frac{2n-1}{n} t P_{n-1}(t); \quad \text{con } t = \cos \theta$$

Se suponen conocidos los *polinomios* $P_0(t)$ y $P_1(t)$.

- b) Deducir la expresión de la *función asociada de Legendre* $P_3^2(\cos \theta)$, sabiendo que:

$$P_n^m(t) = (1-t^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(t)}{dt^m}; \quad \text{con } t = \cos \theta$$

- c) Determinar para la *función asociada de Legendre* obtenida en el apartado anterior (b) cuántos son los ceros en θ y en qué valores se obtienen.
- d) Determinar para el *armónico esférico de superficie* $P_3^2(\cos \theta) \text{ sen } 2\lambda$ cuántos son los ceros en λ y en qué valores se obtienen.
- e) Representar sobre la esfera los cambios de signo del *armónico esférico de superficie* $P_3^2(\cos \theta) \text{ sen } 2\lambda$. ¿Qué tipo de *armónico esférico* es?

(Continúa detrás)

$\omega^2 \times$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

2

