EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA. PRÁCTICAS. **17-09-04**

1º.- Dada la expresión del potencial gravitatorio terrestre en un punto *P (x,y,z)*:

$$W = V + \Phi = G\int \frac{dm}{l} + \frac{1}{2}\omega^2\left(x^2 + y^2\right)$$

siendo l la distancia desde el elemento de masa $dm\ (\varepsilon,\eta,\zeta)$ al punto *P (x,y,z)*:

$$l = \sqrt{(x-\varepsilon)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\varsigma)^2}$$

a) Deducir las expresiones de las componentes cartesianas de la gravedad terrestre, y comprobar que:

$$\vec{g} = -G\int \frac{dm}{l^3}\,\vec{l} + \omega^2\left(x\,\vec{i} + y\,\vec{j}\right)$$

b) Comprobar que $rot\ \vec{g} = 0$. ¿Qué consecuencia se deduce de este hecho?

c) Comprobar que $\Delta W = \nabla^2 W = 2\,\omega^2$, en el exterior de las masas que generan el potencial.

d) ¿Cuáles son las unidades del potencial gravitatorio W y de la gravead $\vec{g}$ en el sistema internacional? Expresar las unidades siguientes: 1 kgal×m y 1μgal en unidades del sistema SI.

2º.-

a) Deducir las expresiones de los *polinomios de Legendre* $P_2(\cos\theta)$ y $P_3(\cos\theta)$, utilizando la fórmula de recurrencia:

$$P_n(t) = -\frac{n-1}{n}P_{n-2}(t) + \frac{2n-1}{n}\,t\,P_{n-1}(t); \quad con \quad t = \cos\theta$$

Se suponen conocidos *los polinomios* $P_0(t)$ y $P_1(t)$.

b) Deducir la expresión de *la función asociada de Legendre* $P_3^2(\cos\theta)$, sabiendo que:

$$P_n^m(t) = \left(1-t^2\right)^{\frac{m}{2}}\frac{d^m P_n(t)}{d\,t^m}; \quad con \quad t = \cos\theta$$

c) Determinar para *la función asociada de Legendre* obtenida en el apartado anterior (b) cuántos son los ceros en θ y en qué valores se obtienen.

d) Determinar para *el armónico esférico de superficie* $P_3^2(\cos\theta)\,sen\,2\lambda$ cuántos son los ceros en λ y en qué valores se obtienen.

e) Representar sobre la esfera los cambios de signo del *armónico esférico de superficie* $P_3^2(\cos\theta)\,sen\,2\lambda$. ¿Qué tipo de *armónico esférico* es?

(Continúa detrás)

$\omega^2 x$

3º.-

a) Deducir la expresión de la altitud ortométrica de Helmert. H: $g + 0{,}004$

b) En un cierto punto *P* de la superficie terrestre se conocen los valores de la gravedad $g_P = 979886{,}20\ mgal$ y de su altitud ortométrica de Helmert $H_P = 689{,}55\ m$. ¿Cuál es el valor su altitud dinámica?

c) Otro punto *Q* cuya gravedad es $g_Q = 979885{,}05\ mgal$ se ha enlazado mediante una línea de nivelación geométrica con el punto *P* del apartado anterior, del que se encuentra próximo. El desnivel geométrico medido mediante la nivelación es $\Delta n_{PQ} = +7{,}90\ m$. Hallar la diferencia de potencial gravitatorio entre los puntos *P* y *Q*.

d) Determinar los valores de los potenciales gravitatorios en los puntos *P* y *Q*, sabiendo que el potencial gravitatorio de un punto *O* sobre el geoide es $W_0 = 6263686{,}0850\ kgal \times m$

Datos complementarios:

Coeficiente de la corrección Faye	0,3086 mgal/m
Coeficiente de la corrección por lámina Bouguer	0,1119 mgal/m

En la fórmula de la gravedad normal 1980:

$\gamma e = 978{,}0327$ gal; $\beta = 0{,}005\ 302\ 4$; $|\beta_1| = 0{,}000\ 005\ 8$