EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA.

20– Septiembre - 2000

TEORIA.

1.- ¿Cuál es la condición necesaria y suficiente para que un campo de fuerzas sea conservativo?

Contesta si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes, indicando el por qué en cada caso:

- La divergencia de un campo vectorial conservativo es siempre cero.
- La integral a lo largo de una línea cerrada de la intensidad de un campo de fuerzas conservativo es cero.
- Si un campo es conservativo se cumple la ecuación de Laplace.
- Si un campo de fuerzas es conservativo existe necesariamente una función escalar cuyo gradiente es la intensidad de campo de dicho campo de fuerzas.
- La divergencia de un campo vectorial es un campo vectorial.
- El flujo a través de cualquier superficie cerrada de la intensidad de campo gravitacional es cero.
- La laplaciana de un campo escalar ($\nabla^2 V = \Delta V$) es igual a la divergencia del gradiente de dicha función escalar.

2.- (a) ¿Que parámetros definen el SGR80?

(b) ¿Qué es el elipsoide de nivel o elipsoide equipotencial? ¿Qué se entiende por gravedad normal?

(c) ¿Es cierto que la derivada del potencial normal en la dirección del radio vector del elipsoide es igual a la gravedad normal? ¿Por qué?

(d) Deducir las expresiones de las componentes N-S y E-W (ξ, η) de la desviación de la vertical en función de las derivadas direccionales de la ondulación del Geoide.

3.- (a) ¿Cuál es el objeto de las reducciones de los valores observados de la gravedad?

(b) Define todos los tipos de reducciones no isostáticas de los valores observados de la gravedad .

(c) Explica como se aplica de forma práctica la fórmula de Stokes en la determinación de las ondulaciones del geoide, N.

4.- (a) Define la cota geopotencial y a partir de ella los sistemas de altitudes Dinámica, Ortométrica y Normal. ¿En qué unidades se expresa la cota geopotencial? ¿Cuál es su valor en unidades del SI?

(b) Deduce la expresión del valor medio de la gravedad a lo largo de la línea de la plomada por el método de Poincare-Prey.

(c) Deduce la expresión para el cálculo de las Altitudes Ortométricas Helmert.

EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA. PRÁCTICAS. **20-09-00**

1º.- Los valores de las gravedades normales sobre el elipsoide de nivel en dos puntos de latitudes φ_1=30º y φ_2=60º son respectivamente:

γ_1=979,32918 gal
γ_2=981,92214 gal

Dentro de la teoría de primer orden de aproximación, determinar los valores de:

a) El aplanamiento gravimétrico β y la gravedad normal en el ecuador γ_E.
b) La constante geodinámica m y el aplanamiento geométrico α.
c) Los radios vectores del elipsoide de nivel en los dos puntos citados $r_1(\varphi_1=30º)$ y $r_2(\varphi_2=60º)$.
d) El coeficiente de elipticidad geopotencial J_2 y la diferencia de momentos de inercia terrestres respecto a los ejes polar y ecuatorial (C-A).

Datos complementarios:

Semieje ecuatorial	**a = 6 378 137 m**
Constante de gravitación	**G= 6,67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}**
Constante gravitacional geocéntrica	**GM=3 986 005×10^8 m^{3}s^{-2}**
Velocidad angular de rotación terrestre	**ω=7 292 115×10^{-11} rad s^{-1}**

2º.- a) Dada la fórmula de recurrencia de los polinomios de Legendre:

$$P_n(t) = -\frac{n-1}{n} P_{n-2}(t) + \frac{2n-1}{n} t\, P_{n-1}(t); \quad con \quad t = \cos\theta$$

deducir las expresiones de $P_2(\cos\theta)$ y $P_3(\cos\theta)$.(Se suponen conocidos $P_0(t)$ y $P_1(t)$)

b) Indicar qué valor debe tener x para que $P_3^x(\cos\theta)\cos 2\lambda$, sea un armónico esférico de superficie ¿Qué tipo de armónico es?
c) Determinar para el armónico esférico de superficie anterior cuántos son los ceros en λ (longitud) y en qué valores se obtienen.
d) Utilizando el valor de x determinado anteriormente, calcular la expresión del polinomio asociado de Legendre $P_3^x(\cos\theta)$, sabiendo que:

$$P_n^m(t) = \left(1-t^2\right)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(t)}{d\,t^m}; \quad con \quad t = \cos\theta$$

e) Determinar para el polinomio asociado de Legendre obtenido en el apartado anterior (d) cuántos son los ceros en θ (ángulo referido el eje polar Z) y en qué valores se obtienen.
f) Representar sobre la esfera los cambios de signo del armónico esférico de superficie indicado en el apartado (b) y con el valor de x considerado.

3º.- Dados los siguientes compartimentos de la zona de Hayford K (n = 20):

(1) Compartimento terrestre de altitud media H = 1000 m.
(2) Compartimento oceánico de profundidad media p = 800 m.

Calcular:

a) La corrección topográfica para cada uno de los compartimentos citados en una estación de altitud $h_s = 0$, utilizando las fórmulas teóricas correspondientes.
b) Basándose en el modelo isostático de Pratt-Hayford, los valores de las densidades de las columnas sobre el nivel de compensación (D=100 km) de estos compartimentos.
c) Basándose en el modelo isostático de Airy-Heiskanen (T=30km), los valores de la raiz y de la antirraiz de estos compartimentos.
d) El valor del efecto de compensación isostática según el modelo de Airy-Heiskanen (T=30 Km) para cada uno de los compartimentos citados en una estación de altitud h_s=0, utilizando las fórmulas teóricas correspondientes.

Datos complementarios:

Densidades : $\rho_{corteza} = 2{,}67$ g/cm^3 ; $\rho_{agua} = 1{,}027$ g/cm^3 $\rho_{manto} = 3{,}27$ g/cm^3

Fórmula de la componente vertical de la atracción en un punto del eje de un anillo cilíndrico:

$$A_z = 2\pi G \rho \left(\sqrt{(r_1^2 + h^2)} - \sqrt{(r_1^2 + h_1^2)} - \sqrt{(r_2^2 + h^2)} + \sqrt{(r_2^2 + h_1^2)}\right)$$

Valores de los radios interior y exterior de la zona K: $r_1 = 12\,400$ m y $r_2 = 18\,800$ m

Constante de Gravitación Universal: $G = 6{,}67.10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}