

**EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA.**  
TEORIA.

20- Septiembre - 2000

- 1.- ¿Cuál es la condición necesaria y suficiente para que un campo de fuerzas sea conservativo?  
Contesta si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes, indicando el por qué en cada caso:
- La divergencia de un campo vectorial conservativo es siempre cero.
  - La integral a lo largo de una línea cerrada de la intensidad de un campo de fuerzas conservativo es cero.
  - Si un campo es conservativo se cumple la ecuación de Laplace.
  - Si un campo de fuerzas es conservativo existe necesariamente una función escalar cuyo gradiente es la intensidad de campo de dicho campo de fuerzas.
  - La divergencia de un campo vectorial es un campo vectorial.
  - El flujo a través de cualquier superficie cerrada de la intensidad de campo gravitacional es cero.
  - La laplaciana de un campo escalar ( $\nabla^2 V = \Delta V$ ) es igual a la divergencia del gradiente de dicha función escalar.
- 2.- (a) ¿Que parámetros definen el SGR80?  
(b) ¿Qué es el elipsoide de nivel o elipsoide equipotencial? ¿Qué se entiende por gravedad normal?  
(c) ¿Es cierto que la derivada del potencial normal en la dirección del radio vector del elipsoide es igual a la gravedad normal? ¿Por qué?  
(d) Deducir las expresiones de las componentes N-S y E-W ( $\xi, \eta$ ) de la desviación de la vertical en función de las derivadas direccionales de la ondulación del Geoide.
- 3.- (a) ¿Cuál es el objeto de las reducciones de los valores observados de la gravedad?  
(b) Define todos los tipos de reducciones no isostáticas de los valores observados de la gravedad.  
(c) Explica como se aplica de forma práctica la fórmula de Stokes en la determinación de las ondulaciones del geoide, N.
- 4.- (a) Define la cota geopotencial y a partir de ella los sistemas de altitudes Dinámica, Ortométrica y Normal. ¿En qué unidades se expresa la cota geopotencial? ¿Cuál es su valor en unidades del SI?  
(b) Deducir la expresión del valor medio de la gravedad a lo largo de la línea de la plomada por el método de Poincare-Prey.  
(c) Deducir la expresión para el cálculo de las Altitudes Ortométricas Helmert.

**EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA. PRÁCTICAS.****20-09-00**

1°.- Los valores de las gravedades normales sobre el elipsoide de nivel en dos puntos de latitudes  $\varphi_1=30^\circ$  y  $\varphi_2=60^\circ$  son respectivamente:

$$\gamma_1=979,32918 \text{ gal}$$

$$\gamma_2=981,92214 \text{ gal}$$

Dentro de la teoría de primer orden de aproximación, determinar los valores de:

- El aplanamiento gravimétrico  $\beta$  y la gravedad normal en el ecuador  $\gamma_E$ .
- La constante geodinámica  $m$  y el aplanamiento geométrico  $\alpha$ .
- Los radios vectores del elipsoide de nivel en los dos puntos citados  $r_1(\varphi_1=30^\circ)$  y  $r_2(\varphi_2=60^\circ)$ .
- El coeficiente de elipticidad geopotencial  $J_2$  y la diferencia de momentos de inercia terrestres respecto a los ejes polar y ecuatorial (C-A).

**Datos complementarios:**

Semieje ecuatorial

$$a = 6\,378\,137 \text{ m}$$

Constante de gravitación

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Constante gravitacional geocéntrica

$$GM = 3\,986\,005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

Velocidad angular de rotación terrestre

$$\omega = 7\,292\,115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$$

2°.- a) Dada la fórmula de recurrencia de los polinomios de Legendre:

$$P_n(t) = -\frac{n-1}{n} P_{n-2}(t) + \frac{2n-1}{n} t P_{n-1}(t), \quad \text{con } t = \cos \theta$$

deducir las expresiones de  $P_2(\cos \theta)$  y  $P_3(\cos \theta)$ . (Se suponen conocidos  $P_0(t)$  y  $P_1(t)$ )

- Indicar qué valor debe tener  $x$  para que  $P_3^x(\cos \theta) \cos 2\lambda$ , sea un armónico esférico de superficie ¿Qué tipo de armónico es?
- Determinar para el armónico esférico de superficie anterior cuántos son los ceros en  $\lambda$  (longitud) y en qué valores se obtienen.
- Utilizando el valor de  $x$  determinado anteriormente, calcular la expresión del polinomio asociado de Legendre  $P_3^x(\cos \theta)$ , sabiendo que:

$$P_n^m(t) = (1-t^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(t)}{dt^m}; \quad \text{con } t = \cos \theta$$

- Determinar para el polinomio asociado de Legendre obtenido en el apartado anterior (d) cuántos son los ceros en  $\theta$  (ángulo referido el eje polar Z) y en qué valores se obtienen.
- Representar sobre la esfera los cambios de signo del armónico esférico de superficie indicado en el apartado (b) y con el valor de  $x$  considerado.

3°.- Dados los siguientes compartimentos de la zona de Hayford K (n = 20):

- (1) Compartimento terrestre de altitud media H = 1000 m.
- (2) Compartimento oceánico de profundidad media p = 800 m.

Calcular:

- a) La corrección topográfica para cada uno de los compartimentos citados en una estación de altitud  $h_s = 0$ , utilizando las fórmulas teóricas correspondientes.
- b) Basándose en el modelo isostático de Pratt-Hayford, los valores de las densidades de las columnas sobre el nivel de compensación (D=100 km) de estos compartimentos.
- c) Basándose en el modelo isostático de Airy-Heiskanen (T=30km), los valores de la raíz y de la antirraíz de estos compartimentos.
- d) El valor del efecto de compensación isostática según el modelo de Airy-Heiskanen (T=30 Km) para cada uno de los compartimentos citados en una estación de altitud  $h_s=0$ , utilizando las fórmulas teóricas correspondientes.

**Datos complementarios:**

**Densidades :**  $\rho_{\text{corteza}} = 2,67 \text{ g/cm}^3$ ;  $\rho_{\text{agua}} = 1,027 \text{ g/cm}^3$      $\rho_{\text{manto}} = 3,27 \text{ g/cm}^3$

**Fórmula de la componente vertical de la atracción en un punto del eje de un anillo cilíndrico:**

$$A_z = 2\pi G\rho (\sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_1^2 + h_1^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} + \sqrt{r_2^2 + h_1^2})$$

**Valores de los radios interior y exterior de la zona K:**  $r_1 = 12\,400 \text{ m}$  y  $r_2 = 18\,800 \text{ m}$

**Constante de Gravitación Universal:**  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

