

- 1.- (a) Definir los conceptos de intensidad de campo y potencial gravitatorio terrestre ¿Cuáles son sus unidades en el SI? ¿A cuantos gales equivale $1\mu\text{ms}^{-2}$? ¿Cuál es el valor de 1 u.g.p. (unidad geopotencial) en unidades del SI?
- (b) Demostrar que entre la intensidad de campo \vec{g} y el potencial gravitatorio terrestre W , existe la siguiente relación:

$$dW = \vec{g} \cdot d\vec{l}$$

siendo $d\vec{l}$ un desplazamiento infinitesimal.

- (c) ¿Es constante el campo gravitatorio a lo largo de una misma superficie equipotencial? ¿Por qué?

- 2.- La expresión del potencial gravitacional (o Newtoniano) de la Tierra es:

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (J_n^m \cos m\lambda + K_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos \theta) \right]$$

- (a) Explicar cada uno de los términos que aparecen en ella. Explicar en qué región del espacio es aplicable y porque.
- (b) Deducir el potencial de las fuerzas centrífugas debidas a la rotación de la Tierra.
- (c) Dar la expresión del potencial gravitatorio terrestre, para un modelo con simetría rotacional y ecuatorial, hasta términos de segundo orden, introduciendo (definiéndola previamente) la constante geodinámica m .

- 3.- (a) Dada la fórmula fundamental de la Geodesia Física:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{T}{r} \frac{\partial \gamma}{\partial h}$$

interpretar los términos que aparecen en la misma.

- (b) Hallar la expresión de la aproximación esférica de la fórmula anterior ¿Qué precisión máxima de la ondulación del geoide podemos garantizar con esta aproximación?
- (c) La solución de la ecuación fundamental de la Geodesia Física en aproximación esférica es:

$$T = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \Delta g S(\psi) d\sigma$$

Explicar el significado de cada uno de los términos que aparecen en esta expresión, dar la correspondiente expresión para N (ondulación del geoide) considerando que la integración se realiza sobre la esfera de radio R y explicar los pasos necesarios para la evaluación de dicha fórmula integral a partir de un conjunto discreto de datos.

- 4.- Explicar los fundamentos físicos (esquemas, ecuaciones de equilibrio y sensibilidad) de un gravímetro lineal y un gravímetro astático.
- 5.- (a) Dar la expresión de las diferentes anomalías gravimétricas empleadas en Geodesia Física.
- (b) Deducir las expresiones del valor de la raíz y antirraíz en el modelo isostático de Airy-Heiskanen.
- (c) Dar la expresión del valor de la densidad en función de la altura y la profundidad en el modelo de Pratt-Hayford.

1°.-

- a) Deducir, utilizando el teorema de Gauss, las expresiones de la intensidad de campo gravitacional (o newtoniano) debido a una esfera homogénea de densidad ρ y radio a , en puntos del exterior y del interior a la misma.
- b) Deducir las expresiones del potencial gravitacional (o newtoniano), en puntos del exterior y del interior a la esfera citada utilizando como expresiones de partida las de la intensidad de campo correspondiente.
- c) Determinar los valores de las intensidades de campo y de los potenciales para los puntos situados a la distancia r del centro de la esfera:

$$c_1) r = 2a \quad c_2) r = a \quad c_3) r = \frac{1}{2}a$$

en el caso de $\rho = 5,526 \text{ g/cm}^3$ y $a = 6370 \text{ km}$ (aproximación de un Tierra esférica y homogénea).

Datos complementarios: Constante de Gravitación

$$G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

2°.- Dada la expresión del potencial normal en aproximación de primer orden:

$$U = \frac{GM}{R} \left[1 - \left(\frac{a}{R} \right)^2 J_2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} m \left(\frac{R}{a} \right)^3 \sin^2 \theta \right]$$

y los valores de los parámetros del SGR 80:

$$a = 6\,378\,137 \text{ m};$$

$$GM = 3\,986\,005 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

$$J_2 = 108\,263 \times 10^{-8}$$

$$\omega = 7\,292\,115 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$$

- a) Deducir las expresiones de la gravedad normal en el Ecuador y en los Polos:

$$\gamma_E = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{3}{2} J_2 - m \right) \quad \gamma_P = \frac{GM}{a^2} (1 + m)$$

- b) Deducir utilizando la definición del aplamamiento gravimétrico β y las expresiones anteriores que:

$$\beta = 2m - \frac{3}{2} J_2$$

- c) Determinar los valores del aplamamiento gravimétrico β , de la gravedad normal en el Ecuador γ_E y de la gravedad normal en un punto de colatitud $\theta = 30^\circ$, dentro del citado orden de aproximación.
- d) Determinar el valor del potencial normal U_0 del elipsoide de nivel, dentro del citado orden de aproximación.