EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA 20 – Dic. – 2000

TEORIA

1.- (a) Enunciar y expresar matemáticamente el teorema de Gauss.

(b) Demostrar que la intensidad de campo $\vec{g}$ y el potencial gravitatorio terrestre W, están relacionados por la siguiente expresión:

$$dW = \vec{g}.d\vec{l}\ ,$$

siendo $d\vec{l}$ el diferencial de desplazamiento.

(c) Demostrar que el potencial de las fuerzas centrífugas es:

$$\phi = \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2).$$

2.- La expresión del potencial gravitacional (o Newtoniano) de la Tierra es:

$$V(r,\theta,\lambda) = \frac{GM}{r}\left[1 - \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(J_n^m \cos m\lambda + K_n^m \operatorname{sen} m\lambda\right)P_n^m(\cos\theta)\right]$$

(a) Explicar el significado de cada uno de los términos que aparecen en ella. Explicar en qué región del espacio es aplicable y porqué.

(b) Dar la expresión del potencial gravitatorio terrestre, para un modelo con simetría rotacional y ecuatorial, hasta términos de segundo orden, introduciendo (definiéndola previamente) la constante geodinámica m.

3.- (a) Definir: anomalía de la gravedad, potencial perturbador, ondulación del geoide y desviación de la vertical.

(b) Deducir la ecuación fundamental de la geodesia física.

(c) Deducir la aproximación esférica de la ecuación fundamental de la geodesia física, explicando su significado.

4.- Explicar los fundamentos físicos (esquemas, ecuaciones de equilibrio y sensibilidad) de un gravímetro lineal y un gravímetro astático.

5.- (a) Dar la expresión de las diferentes anomalías gravimétricas empleadas en Geodesia Física.

(b) Deducir las expresiones del valor de la raíz y antiraíz en el modelo isostático de Airy-Heiskanen.

(c) Dar la expresión del valor de la densidad en función de la altura y la profundidad en el modelo de Pratt-Hayford.

EXAMEN DE GEODESIA FÍSICA 20 – Dic – 2000

PROBLEMAS

1.- (a) Demostrar que la función:

$$f(x,y,z) = x^2 + y^2 - 2z^2,$$

es armónica en todo punto del espacio.

(b) Demostrar que si V_1 y V_2 son dos funciones armónicas, también lo será:

$$V = \alpha_1 \frac{\partial V_1}{\partial x} + \alpha_2 V_2,$$

siendo α_1 y α_2 constantes.

(c) Hallar el valor del Laplaciano ($\nabla^2 W \equiv \Delta W$) del potencial gravitatorio terrestre W. (i) en un punto exterior a la misma y (ii) en un punto interior de densidad $\rho = 3200$ kg.m^{-3}.

Datos $G = 6.673 \times 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}, $\omega = 7292\,115 \times 10^{-11}$s^{-1}

2.- Si el momento de inercia de la Tierra respecto al eje de rotación fuera igual al valor de los momentos de inercia respecto a sus ejes ecuatoriales, y tomando para su radio ecuatorial a = 6 371 000 m, para la constante gravitacional geocéntrica, GM = 3 986 005 x 10^8 m^3 s^{-2} y para su velocidad de rotación $\omega = 7292115x10^{-11}s^{-1}$, hallar en primer orden de aproximación:

(a) El aplanamiento geométrico.
(b) La expresión numérica del radio vector del esferoide de nivel.
(c) El aplanamiento gravimétrico.
(d) La expresión numérica de la gravedad normal.
(e) El valor del potencial normal correspondiente a la superficie de nivel.

3.- El periodo de oscilación de un péndulo de longitud constante es T_1= 0.506060 s en una estación S_1 situada al nivel del mar, donde el valor absoluto de la gravedad es g_1 = 980. 49704 gales. En una segunda estación, el periodo de oscilación del mismo péndulo es T_2 = 0.506061 s. Determinar en la segunda estación S_2:

(a) El valor absoluto de la gravedad.
(b) La cota geopotencial, sabiendo que el desnivel respecto de la estación S_1, determinada por nivelación geométrica es de 19.5 m.
(c) La altitud ortométrica Helmert.
(d) La anomalía de Bouguer simple en el SGR 80. (La latitud de S_2 es $\varphi_2 = 43°27'40''$).
(e) La diferencia de potencial respecto de la estación S_1.

Datos:
Coeficiente de reducción Aire Libre: 0.3086 mgal/m
Coeficiente de reducción por lámina de Bouguer: 0.1119 mgal/m
En La fórmula de la gravedad normal SGR 80:
$\gamma_e = 978.0327 gal$, $\beta = 0.0053024$, $\beta_1 = -0.0000058$